



Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)

Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью.

Организация: «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Сертификат: k6wjV1iBVItV+UmpIP11zhrVnnY1qPWc

Утверждено: Проректор по учебной и методической работе, Е.А. Каменева

Дата: 29.09.2025 г.

Актuarная математика

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

02.03.01 - Математика и компьютерные науки,

Образовательная программа «Цифровая аналитика и математическая оценка рисков»

Профиль:

«Цифровая аналитика и математическая оценка рисков»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 39 от 20.12.2023 г.)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол № 7 от 20.11.2023 г.)*



Содержание

1. Наименование дисциплины	3
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	5
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	6
5.1. Содержание дисциплины	6
5.2. Учебно – тематический план	8
5.3. Содержание семинаров, практических занятий	9
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	10
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	10
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	11
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	17
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	5
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	5
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	23
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	24
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	24



1. Наименование дисциплины

Актuarная математика

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-3	Способен к осуществлению актуарных расчетов и актуарного оценивания	1. Владеет аппаратом актуарной математики и актуарных расчетов	Знать: основы теории актуарной математики в актуарных расчетах. Уметь: применять теорию актуарной математики в актуарных расчетах.
		2. Демонстрирует знания в специфике актуарного оценивания	Знать: специфику актуарного оценивания Уметь: применять математические методы с учетом специфики актуарного оценивания
		3. Использует современные вычислительные средства для актуарных расчетов.	Знать: современные вычислительные средства для актуарных расчетов Уметь: применять современные вычислительные средства для актуарных расчетов
ПКП-4	Способен применять теоретико-вероятностные и статистические методы оценки рисков	1. Демонстрирует знания и способность к моделированию в области теории вероятностей и случайных процессов.	Знать: основные стохастические методы в актуарном моделировании Уметь: применять основные стохастические методы в актуарном моделировании
		2. Грамотно выбирает методы математической и актуарной статистики для решения задач оценки рисков.	Знать: корректные методы выбора математической и актуарной статистики для решения задач оценки рисков Уметь: применять корректные методы выбора математической и актуарной статистики для решения задач оценки рисков



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
		3. Использует современные модели и средства визуализации результатов оценки рисков.	Знать: современные модели и средства визуализации результатов оценки рисков. Уметь: применять современные модели и средства визуализации результатов оценки рисков.



3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Актуарная математика» относится к «Профилю "Цифровая аналитика и математическая оценка рисков"».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 5 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	5/180	180
Контактная работа – Аудиторные занятия	86	86
<i>Лекции</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>52</i>	<i>52</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>94</i>	<i>94</i>
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен



5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем

1.1. Продолжительность жизни и продолжительность оставшейся жизни как случайные величины. Плотность и моменты распределения продолжительности оставшейся жизни. Вероятности смерти и дожития. Интенсивность (сила) смертности.

1.2. Таблицы смертности, их разновидности. Понятие порядка вымирания, детерминированная и стохастическая модели смертности. Аппроксимация смертности для дробных возрастов. Аналитические законы смертности.

1.3. Модели выбытия по нескольким причинам. Модели выбытия нескольких взаимосвязанных лиц.

1.4. Понятие о демографических моделях и их параметрах. Сетка Лексиса и демографические совокупности. Реальное и условное поколения. Демографические параметры смертности и их оценивание.

1.5. Модели стационарного и стабильного населения в моделях страхования жизни и пенсионном страховании.

1.6. Актуарные проблемы моделирования социальных пенсионных систем.

Тема 2. Актуарные модели страхования жизни и пенсий

2.1. Основные принципы тарификации в страховании жизни: принцип эквивалентности, уравнение баланса. Понятие премиального базиса. Модели основных видов страхования жизни. Коммутационные функции.

Связь между непрерывными и дискретными видами страхования жизни.

2.2. Пожизненные ренты. Актуарная приведенная ценность, актуарное накопление, актуарный коэффициент дисконтирования. Расчет различных видов пожизненных рент. Пенсионные схемы.

2.3. Оценивание простейших страховых контрактов страхования жизни. Единовременные премии на дожитие. Единовременные премии на случай смерти. Периодические нетто-премии для основных видов страхования жизни. Полисы с возвратом премий.

Тема 3. Премии, резервы

3.1 Убыток страховщика по действующему полису. Понятие резервного базиса, его отличие от премиального базиса. Математический резерв и его виды. Перспективный и ретроспективный методы расчета резерва, условия их эквивалентности. Резерв нетто-премий для основных видов страхования жизни. Пенсионные резервы



3.2. Рекуррентные соотношения для резервов. Понятие прибыли от смертности. Расчет прибыли от смертности для разных типов страховых контрактов. Учет повышенного риска смертности. Резервы по полисам с участием в прибыли. Использование резервов для вычисления оплаченных полисов и выкупных сумм. Использование резервов для вычисления финансового эффекта от расторжения (изменения условий) договора страхования жизни.

Тема 4. Модели денежных потоков и тестирование прибыли

4.1. Модель реальных денежных потоков. Прогнозирование ожидаемых денежных потоков для пожизненного и смешанного страхования, страхования на срок и страховых аннуитетов. Описание процесса возникновения прибыли при заданном резервном базисе и ставке дисконтирования.

4.2. Определение подписи (сигнатуры) прибыли для описанных выше продуктов. Использование модели денежных потоков для определения стоимости продукта и резервирования. Выбор тарифного и резервного базисов. Возможные причины их различия. Влияние изменения тарифного и резервного базиса на подпись прибыли.



5.2. Учебно – тематический план

Очная форма обучения

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем	56	26	10	16	30
2	Актuarные модели страхования жизни и пенсий	46	22	8	14	24
3	Премии, резервы	40	20	8	12	20
4	Модели денежных потоков и тестирование прибыли	38	18	8	10	20
В целом по дисциплине		180	86	34	52	94



5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем	Общие модели дожития. Функция дожития и ее свойства. Оценка характеристик. Модели Муавра, Мейкема. Таблицы смертности их параметры и оценка. Селективные таблицы. Построение таблиц смертности. Расчеты с таблицами смертности. Многофакторные таблицы смертности и выбытия. Оценка факторов выбытия и расчет вероятностей сложных событий	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Актuarные модели страхования жизни и пенсий	Модели страхования жизни. Расчет премий (взносов) по различным контрактам страхования жизни Модели страхования рент. Оценка стоимостей страховой ренты по моделям дожития и по таблицам смертности.	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Премии, резервы	Расчет различных видов резервов Вычисление оплаченных полисов и выкупных сумм; вычисление финансового эффекта от расторжения (изменения условий) договора страхования жизни	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Модели денежных потоков и тестирование прибыли	Модель реальных денежных потоков. Прогнозирование ожидаемых денежных потоков для пожизненного и смешанного страхования, страхования на срок и страховых аннуитетов Использование модели денежных потоков для определения стоимости продукта и резервирования; Выбор тарифного и резервного базисов	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.



6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем	Пенсионные схемы с двумя декрементными факторами.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Актuarные модели страхования жизни и пенсий	Модели страхования жизни, учитывающие расходы	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Премии, резервы	Рекуррентные соотношения резервов	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Модели денежных потоков и тестирование прибыли	Влияние изменения тарифного и резервного базиса на подпись прибыли	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.



6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю



Примерные задания контрольной работы

1. Доказать, что при любых $t, u \geq 0$

$${}_{t+u}p_x = {}_tp_x \cdot {}_up_{x+t} = {}_up_x \cdot {}_tp_{x+u}.$$

Дать вероятностный смысл этих тождеств.

2. Доказать, что при любых $t, u \geq 0$

$${}_{t+u}q_x = 1 - (1 - {}_tq_x)(1 - {}_uq_{x+t}) = 1 - (1 - {}_uq_x)(1 - {}_tq_{x+u}).$$

3. Доказать, что для любого целого $n > 1$

$${}_np_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdots p_{x+n-1}.$$

Дать вероятностный смысл этого тождества.

4. Показать, что ${}_t{}_uq_x$ и ${}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t}$ совпадают. Дать вероятностный смысл этого тождества.

5. Какой вероятностный смысл выражения ${}_{t+u}q_x - {}_uq_x$? Обосновать ответ.

6. Какой вероятностный смысл выражения ${}_up_x - {}_{t+u}p_x$? Обосновать ответ.

7. Доказать, что $P(K(x) \geq k) = {}_kp_x$.

8. Доказать формулу

$$S_T(x) = \int_x^{\infty} f_T(y) dy.$$

9. Показать, что для $\mu(x)$ справедлива формула

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{P(x < T \leq x + \Delta x | T > x)}{\Delta x}.$$

10. Показать, что для любого возраста $x > 0$ и для любого $z: 0 < z < x$ справедлива формула

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{P(x - z < T(z) \leq x - z + \Delta x | T(z) > x - z)}{\Delta x}.$$

11. Показать, что $\frac{d}{dx} {}_tp_x = {}_tp_x(\mu_x - \mu_{x+t})$.

12. Показать, что T следует экспоненциальному распределению с параметром λ тогда и только тогда, когда $\mu(x) = \lambda$ для всех $x > 0$.

13. Доказать, что если плотность $f_{T(x)}(t) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ возрастает на интервале $0 \leq t \leq 1$, то $q_x > \mu_x$. И наоборот, если ${}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ убывает на интервале $0 \leq t \leq 1$, то $q_x < \mu_x$.

14. Требуется показать, что

а)

$$e_x^0 = \frac{1}{S_T(x)} \int_x^\infty S_T(t) dt.$$

Отсюда доказать, что e_x^0 удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d}{dx} e_x^0 = \mu(x) e_x^0 - 1;$$

б) $x + e_x^0$ есть возрастающая функция. Дать интерпретацию этого факта.

15. Доказать неравенство $l_{x+1} \leq L_x \leq l_x$. Верно ли неравенство $l_{x+t} \leq {}_t L_x \leq t \cdot l_x, t > 0$?

16. Показать, что $T_x = \sum_{k=1}^\infty {}_k L_x$.

17. Показать, что $\frac{dT_x}{dx} = -l_x$.

18. Показать, что $\frac{dL_x}{dx} = -d_x$.

19. Доказать и дать интерпретацию следующих формул:

$$a(x) = \frac{L_x - l_{x+1}}{l_x - l_{x+1}} = \frac{L_x - l_{x+1}}{d_x} = \frac{T_x - T_{x+1} - l_{x+1}}{l_x - l_{x+1}}.$$

Вывести отсюда формулу $L_x = a(x)l_x + (1 - a(x))l_{x+1}$.

20. Доказать неравенство $m_x > q_x$.

21. Положим $Y_x = \int_0^\infty T_{x+t} dt$. Доказать, что

$$\text{Var}[T(x)] = \frac{2Y_x}{l_x} - \left(\frac{T_x}{l_x}\right)^2.$$

22. Пусть $l_x = ke^{-x}, x \geq 0$. Показать, что $m_x = \text{const}$ для всех $x \geq 0$.

23. Показать, что $L_{x+1} = L_x e^{-\int_x^{x+1} m_y dy}$.

24. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующие соотношения:

$$m_x = \frac{q_x}{1 - \frac{1}{2}q_x}, \quad q_x = \frac{m_x}{1 + \frac{1}{2}m_x}.$$

25. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать и объяснить следующее соотношение:

$$m_x = \mu \left(x + \frac{1}{2} \right).$$

26. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}.$$

27. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$m_x = \frac{d_x}{l_x - \frac{1}{2}d_x}.$$

28. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$T_x = \sum_{y=x}^{\infty} L_y = \frac{1}{2}l_x + \sum_{y=x}^{\infty} l_{y+1}.$$

29. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Проверить истинность следующих утверждений:

а) $\mu(x+t) = \frac{t \cdot d_x}{l_x - t \cdot d_x}$, при $0 < t < 1$;

б) $\mu(x+t) < \mu(x+s)$, при $0 < t < s < 1$;

в) ${}_s|_u q_{x+t} = \frac{u \cdot q_x}{1 - t \cdot q_x}$, при $0 < s+u+t < 1$, $0 < s, u, t < 1$.

30. Пусть принято предположение о постоянной интенсивности смертности для дробных возрастов. Доказать следующие соотношения:



$$m_x = \mu_x, \quad L_x = \frac{d_x}{\mu_x}.$$

31. Пусть принято предположение о постоянной интенсивности смертности для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$a(x) = -\frac{1}{\ln p_x} - \frac{p_x}{q_x}.$$

32. Пусть принято предположение о постоянной интенсивности смертности для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$${}_{t-s}^{\square}q_{x+s} = 1 - e^{-(t-s)\mu_x}, \quad 0 \leq s \leq t \leq 1, \quad 0 \leq s, t \leq 1.$$

33. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$m_x = -\frac{q_x^2}{p_x \ln p_x}.$$

34. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$L_x = -\frac{l_{x+1} \ln p_x}{q_x}.$$

35. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$a(x) = -\frac{p_x}{q_x^2} (q_x + \ln p_x).$$

36. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$${}_{t-s}^{\square}q_{x+s} = \frac{(t-s)q_x}{1 - (1-t)q_x}, \quad 0 \leq s \leq t \leq 1, \quad 0 \leq s, t \leq 1.$$

Примерный вариант контрольной работы

1. Показать, что для любого возраста $x > 0$ и для любого z : $0 < z < x$ справедлива формула

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{P}(x - z < T(z) \leq x - z + \Delta x | T(z) > x - z)}{\Delta x}.$$



2. Функция распределения продолжительности жизни новорожденного задается формулой:

$$F_r(x) = \begin{cases} \frac{x}{80}, & 0 \leq x \leq 80 \\ 1, & x > 80 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что новорожденный доживет до возраста 30 лет, но умрет до достижения 50 – летнего возраста.

3. Дано $s(x) = 1 - \frac{x}{100}$, $0 \leq x \leq 100$, $l_0 = 100$. Найти ${}_{10}L_{20}$, ${}_{10}d_{20}$, ${}_{10}m_{20}$.

4. Дано $q_x = 0,16$, сила смертности постоянна внутри каждого года. Найти t : ${}_t p_x = 0,95$.

Работу нужно выполнить на листах формата А4. В работе должен быть описан ход решения с указанием результата на каждом шаге.



7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПКП-3. Способен к осуществлению актуарных расчетов и актуарного оценивания	1. Владеет аппаратом актуарной математики и актуарных расчетов	Знать: основы теории актуарной математики в актуарных расчетах. Уметь: применять теорию актуарной математики в актуарных расчетах.	Страховая компания заключает договоры страхования наземного транспорта. Найдите минимальный страховой тариф с 250 000 руб. страховой суммы, если: – гарантия безопасности равна – 0,98; – вероятность наступления страхового случая – 0,07 – количество договоров – 225 – доля нагрузки в брутто-ставке – 25 %.
	2. Демонстрирует знания в специфике актуарного оценивания	Знать: специфику актуарного оценивания Уметь: применять математические методы с учетом специфики актуарного оценивания	Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Докажите и объясните следующее соотношение: $m_x = \mu \left(x + \frac{1}{2} \right)$



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
	3.Использует современные вычислительные средства для актуарных расчетов.	Знать: современные вычислительные средства для актуарных расчетов Уметь: применять современные вычислительные средства для актуарных расчетов	Пусть $T = T(0)$ – продолжительность жизни новорожденного. Случайная функция $T = T(0)$ полностью характеризуется заданием одной из следующих функций: 1) $F_T(x)$ – функции распределения T ; 2) $s_T(x)$ – функции дожития; 3) $f_T(x)$ – функции плотности распределения; 4) $\mu(x)$ – функции интенсивности смертности; Задание 1. Зная одну из этих функций найдите остальные и постройте график этих функций, если $F_T(x) = \frac{x}{100}, 0 \leq x \leq 100$ Задание 2. Постройте таблицу смертности для возрастов от 0 до 100 (с шагом в 1 год) используя данные из задания 1. Для всех вариантов $l_0 = 100\,000$ (не нарушайте порядок следования функций таблицы: $l_x, d_x, p_x, q_x, L_x, a_x, T_x, m_x, e_x$.) Столбцы T_x и e_x^0 заполняются только для моделей с предельным возрастом
ПКП-4. Способен применять теоретико-вероятностные и статистические методы оценки рисков	1. Демонстрирует знания и способность к моделированию в области теории вероятностей и случайных процессов.	Знать: основные стохастические методы в актуарном моделировании Уметь: применять основные стохастические методы в актуарном моделировании	Проводятся наблюдения о размере индивидуальных выплат по отдельным страховым случаям. Известно, что дисперсия случайной величины выплат не превышает 10. Сколько нужно выплат произвести, чтобы с вероятностью не меньшей 0,99, можно было утверждать, что ошибка репрезентативности при замене нетто-премии выборочным средним не превысит 0,2



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
	2. Грамотно выбирает методы математической и актуарной статистики для решения задач оценки рисков.	Знать: корректные методы выбора математической и актуарной статистики для решения задач оценки рисков Уметь: применять корректные методы выбора математической и актуарной статистики для решения задач оценки рисков	Мужчина в возрасте 40 лет заключает 3-летний договор страхования жизни на сумму 10000, в соответствии с которым премия вносится в начале каждого года равными долями (если страхователь жив). В случае смерти страховое вознаграждение подлежит выплате в конце года. Компания включает в нетто-премию следующие обязательные расходы: А) комиссионные страховому агенту, равные 10% от первой выплачиваемой страховой премии и по 5% от последующих (если они поступят), выплачиваемые при получении соответствующих премий; В) расходы на подготовку документов, составляющие 100 рублей в момент заключения договора, по 10 рублей - при поступлении каждой из последующих премий, 120 рублей - при выплате вознаграждения; С) налоги, равные 10% от каждой поступающей премии; D) административные расходы, составляющие 2% от каждой из премий, взимаемые непосредственно при получении премий. Найдите соответствующие премии, если смертность описывается последней таблицы смертности РФ, а годовая эффективная процентная ставка равна 10%.
	3. Использует современные модели и средства визуализации результатов оценки рисков.	Знать: современные модели и средства визуализации результатов оценки рисков. Уметь: применять современные модели и средства визуализации результатов оценки рисков.	Ознакомиться с библиотекой actuar для R CRAN - Package actuar (r-project.org)



Примеры практико-ориентированных заданий

Примеры вопросов для подготовки к промежуточной аттестации

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Функции дожития и вероятности демографических событий. Теоретические законы смертности (Моавра, Гомперца, Мейкема).
 2. Таблицы смертности и ее показатели. Принципы построения таблиц смертности.
- Примеры расчетов.
3. Интерполяция таблиц смертности для дробных возрастов.
 4. Общие декрементные таблицы. Таблицы заболеваемости.
 5. Основные виды страхования жизни. Страхование на случай смерти, дожития и смешанное.
 6. Страхование рент. Срочная и пожизненная страховые ренты. Отложенные ренты.
 7. Приведенная пожизненная рента. Отложенная пожизненная рента.
 8. Единовременная премия на чистое дожитие. Коммутационные числа.
 9. Единовременная премия страхования жизни на срок.
 10. Страхование жизни с ограниченным сроком выплат.
 11. Единовременная премия по смешанному страхованию жизни.
 12. Стоимость страховой пожизненной ренты. Стоимость отложен ной страховой пожизненной ренты.
 13. Стоимость срочной страховой ренты.
 14. Периодическая премия пожизненного страхования.
 15. Связь между актуарными оценками страховых рент и страховых полисов.
 16. Понятие о резерве премий. Принципы расчета страхового резерва.
 17. Рекуррентные формулы для резервов. Формула Феклера.
 18. Монотонные страховые ренты.
 19. Общая схема страхования жизни. Принцип расчета стоимости страхового контракта.
 20. Специальные виды контрактов, часто встречающиеся в практике страхования жизни.
 21. Контракты с точным временем выплат. Непрерывные модели страховых контрактов.
 22. Базовые типы пенсионных схем.
 23. Индивидуальные пенсионные схемы.
 24. Страховые пенсионные схемы.

Пример экзаменационного билета



Каждое задание оценивается 15 баллами

1. Дано $s_{T(x)} = 1 - \frac{x}{100}, 0 \leq x \leq 100, l_0 = 100$. Найти ${}_{10}L_{20}, {}_{10}d_{20}, {}_{10}m_{20}$.

2. Пусть T экспоненциально распределена с параметром 0,05. 35-летний мужчина заключает договор страхования жизни на 25 лет. Условия договора таковы: страховая выплата в размере 1 осуществляется в момент смерти застрахованного, эффективная годовая процентная ставка равна 10%. Найти актуарную стоимость этого договора и вариацию текущей стоимости страховой суммы.

3. Для пожизненного страхования лица в возрасте 50 лет, оплачиваемого ежегодными премиями G , вносимыми в начале очередного года страхования в течение всего срока, дано:

1) Выплата в случае смерти составляет 3000 рублей в течение первых 8 лет страхования и 6000 рублей в последующие годы и производится в конце соответствующего года страхования.

2) Расходы, выплачиваемые в начале года, равны 200 рублей в первый год страхования и 20 рублей, начиная со второго года.

2) π – размер ежегодной брутто-премии, определяемой с использованием принципа эквивалентности

3) $G = 1,03 * \pi$ – размер ежегодной брутто-премии, указанной в договоре.

4) Смертность определяется на основе Актуарной иллюстративной таблицы смертности (основной)

5) Процентная ставка 6% годовых

5) $A_{50:\overline{8}|}^1 = 0,59736$

Рассчитайте брутто-резерв по договору на конец первого года его действия, исходя из премии, указанной в договоре.

4. Страховая компания заключила трехлетние договоры с работниками завода возраста 55 лет. Эти договоры предполагают следующие выплаты:

- при смерти в период работы выплачивается 200 тыс. в конце года,
- при увольнении по инвалидности выплачивается 100 тыс. в конце года,
- при расторжении по другим причинам возвращаются все уплаченные премии с учетом доходности в 2% годовых,
- оставшимся сотрудникам выплачивается 10 тыс. в конце 3 года.

Для расчета премии по этому договору компания использует следующие предположения:

- ставка процентов на денежные потоки 5% годовых,
- начальные расходы 150,
- на второй и следующий год расходы составляют 25 в год и удерживаются в начале года,
- резервы не формируются.

Ставка начисления дохода 5%, ставка дисконтирования 5% годовых.

Вычислите размер ежегодной премии пренумерандо.



8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Миронкина, Ю. Н. Актуарные расчеты: учебник и практикум / Ю. Н. Миронкина, Н. В. Звездина, М. А. Скорик, Л. В. – Москва : Юрайт, 2023. - 518 - Бакалавр и магистр. Академический курс. – ЭБС Юрайт. - URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/513748> (дата обращения: 16.10.2023). - Текст : электронный.

2. Королев, А. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва : Юрайт, 2023. — 280 с. — (Высшее образование). — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/512225> (дата обращения: 16.10.2023). — Текст : электронный.

Дополнительная литература:

1. Аль-Натор, М. С. Актуарная математика: модели дожития, страхование жизни и страховые аннуитеты. Ч. 1 = Actuarial mathematics: survival models, life insurance and annuities. Р.1: Учебное пособие / М. С. Аль-Натор, С. В. Аль-Натор, Ю. Ф. Касимов; Финуниверситет, Каф. прикладной математики. – Москва : Финуниверситет, 2016. - 112 с.; 7,0 п.л. – Текст: непосредственный. -То же. – ЭБ Финуниверситета. - URL:<http://elib.fa.ru/rbook/al-nator.pdf> (дата обращения: 16.10.2023). - Текст: электронный.

Нормативные правовые акты:

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на иностранных языках): http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=en
2. <http://www.gks.ru/>
3. Министерство экономического развития Российской Федерации URL: <https://economy.gov.ru/>
4. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
5. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
6. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>
7. • Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.ru/>
8. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>



10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль выполнения домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий в процессе выборочного собеседования.

Домашняя контрольная работа является одной из основных форм текущего контроля самостоятельной работы студентов по дисциплине «Актuarная математика». Примерное время их выполнения составляет 4 часа. Каждый вариант домашней контрольной работы (ДКР) содержит несколько задач, выполняя которые студент демонстрирует умение решать типовые эконометрические задачи и проводить типовые расчеты на компьютере. Сроки выполнения ДКР указываются в учебно-тематическом плане изучения дисциплины. Конкретные сроки сдачи ДКР устанавливаются преподавателем. Оценка за ДКР выставляется по итогам проверки отчета и устного собеседования по работе. Эта оценка является существенной компонентой оценки самостоятельной работы студента в течение семестра.



11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Kaspersky
2. Microsoft Office (Windows)

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)